附24种函数极限的否定形式（设 x_0, A 为常数）：

(1). $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)\neq A \Leftrightarrow \exists \varepsilon_0>0, \forall \delta>0, \exists x: 0<|x-x_0|<\delta$, 但 $|f(x)-A|\geq \varepsilon_0$;

(2). $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)\neq A \Leftrightarrow \exists \varepsilon_0>0, \forall \delta>0, \exists x: x_0<x<x_0+\delta$, 但 $|f(x)-A|\geq \varepsilon_0$;

(3). $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)\neq A \Leftrightarrow \exists \varepsilon_0>0, \forall \delta>0, \exists x: x_0-\delta<x<x_0$, 但 $|f(x)-A|\geq \varepsilon_0$;

(4). $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)\neq +\infty \Leftrightarrow \exists M>0, \forall \delta>0, \exists x: 0<|x-x_0|<\delta$, 但 $f(x)\leq M$;

(5). $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)\neq +\infty \Leftrightarrow \exists M>0, \forall \delta>0, \exists x: x_0<x<x_0+\delta$, 但 $f(x)\leq M$;

(6). $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)\neq +\infty \Leftrightarrow \exists M>0, \forall \delta>0, \exists x: x_0-\delta<x<x_0$, 但 $f(x)\leq M$;

(7). $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)\neq -\infty \Leftrightarrow \exists M>0, \forall \delta>0, \exists x: 0<|x-x_0|<\delta$, 但 $f(x)\geq -M$;

(8). $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)\neq -\infty \Leftrightarrow \exists M>0, \forall \delta>0, \exists x: x_0<x<x_0+\delta$, 但 $f(x)\geq -M$;

(9). $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)\neq -\infty \Leftrightarrow \exists M>0, \forall \delta>0, \exists x: x_0-\delta<x<x_0$, 但 $f(x)\geq -M$;

(10). $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)\neq \infty \Leftrightarrow \exists M>0, \forall \delta>0, \exists x: 0<|x-x_0|<\delta$, 但 $|f(x)|\leq M$;

(11). $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)\neq \infty \Leftrightarrow \exists M>0, \forall \delta>0, \exists x: x_0<x<x_0+\delta$, 但 $|f(x)|\leq M$;

(12). $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)\neq \infty \Leftrightarrow \exists M>0, \exists \delta>0, \exists x: x_0-\delta<x<x_0$, 但 $|f(x)|\leq M$;

(13). $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)\neq A \Leftrightarrow \exists \varepsilon_0>0, \forall X_0>0, \exists x: x>X_0$, 但 $|f(x)-A|\geq \varepsilon_0$;

(14). $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) \neq A \Leftrightarrow \exists \varepsilon_0>0,\ \forall X_0>0,\ \exists x:\ x<-X_0$, 但 $|f(x)-A| \geqslant \varepsilon_0$;

(15). $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) \neq A \Leftrightarrow \exists \varepsilon_0>0,\ \forall X_0>0,\ \exists x:\ |x|>X_0$, 但 $|f(x)-A| \geqslant \varepsilon_0$;

(16). $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) \neq +\infty \Leftrightarrow \exists M>0,\ \forall X_0>0,\ \exists x:\ x>X_0$, 但 $f(x) \leq M$;

(17). $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) \neq -\infty \Leftrightarrow \exists M>0,\ \forall X_0>0,\ \exists x:\ x>X_0$, 但 $f(x) \geqslant -M$;

(18). $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) \neq \infty \Leftrightarrow \exists M>0,\ \forall X_0>0,\ \exists x:\ x>X_0$, 但 $|f(x)| \leq M$;

(19). $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) \neq +\infty \Leftrightarrow \exists M>0,\ \forall X_0>0,\ \exists x:\ x<-X_0$, 但 $f(x) \leq M$;

(20). $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) \neq -\infty \Leftrightarrow \exists M>0,\ \forall X_0>0,\ \exists x:\ x<-X_0$, 但 $f(x) \geqslant -M$;

(21). $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) \neq \infty \Leftrightarrow \exists M>0,\ \forall X_0>0,\ \exists x:\ x<-X_0$, 但 $|f(x)| \leq M$;

(22). $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) \neq +\infty \Leftrightarrow \exists M>0,\ \forall X_0>0,\ \exists x:\ |x|>X_0$, 但 $f(x) \leq M$;

(23). $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) \neq -\infty \Leftrightarrow \exists M>0,\ \forall X_0>0,\ \exists x:\ |x|>X_0$, 但 $f(x) \geqslant -M$;

(24). $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) \neq \infty \Leftrightarrow \exists M>0,\ \forall X_0>0,\ \exists x:\ |x|>X_0$ 但 $|f(x)| \leq M$.

注：24种函数极限的肯定形式（即严格定义）在本行讲：函数与连续性的五个铁打部分题的附(3)与附(4)两页中。先写出每种极限的肯定形式，就容易写出对应的否定形式。

附：第6讲"函数极限习题课"的部分习题答案：

证明：

(1). $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\arcsin x}{x}=1$； (2). $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\tan x}{x}=1$， (3). $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}=\dfrac{1}{2}$；

(4). $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin^n x}{x^n}=1$, $\forall n\in N^*$； (5). $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\arctan x}{x}=1$； (6). $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(1+x)}{x}=1$；

(7). $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{e^x-1}{x}=1$； (8). $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{a^x-1}{x}=\ln a$ $(a>0, a\neq1)$.

(9). $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(1+x)^\alpha-1}{x}=\alpha$，($\alpha\neq0$ 是常数). (10) $\lim\limits_{x\to0^+}(\cos\sqrt{x})^{\frac{1}{x}}=\dfrac{1}{\sqrt{e}}$；

(11). $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+3x-5}{x^2+6}\right)^{4x}=e^{12}$； (12). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n!}{n^n}=0$； (13). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a^n}{n!}=0$.

$(\forall a>1)$； (14). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^m}{a^n}=0$；$(\forall a>1, \forall m\in N^*)$； (15). $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\ln n}{n^m}=0$.

$(\forall m\in N^*)$. 第12题～第15题串在一起，即为：n充分大时，有：

$n^n>>n!>>a^n>>n^m>>\ln n$. $(\forall a>1, \forall m\in N^*)$.

推广到函数x后有：当x充分大时，有：

$x^x>>a^x>>x^m>>\ln x$ $(\forall a>1, \forall m\in N^*)$.