同学们好！今天上午在证明(II)$\Longrightarrow$(I)时，在证明Cauchy准则的充分性时有误！现订正如下：

Cauchy准则的充分性条件为：$\forall \varepsilon>0$，$\exists n_0\in N^*$，对$\forall m>n>n_0$，$|a_m-a_n|<\frac{\varepsilon}{2}$恒成立。要证明的结论是$\{a_n\}$必收敛。

证明如下：若取$n=n_0+1$，则$n>n_0$，当$m>n>n_0$时，应有$|a_m-a_n|=|a_m-a_{n_0+1}|<\frac{\varepsilon}{2}$恒成立$\Longrightarrow m>n=n_0+1$时，

$|a_m|\le|a_m-a_{n_0+1}|+|a_{n_0+1}|<\frac{\varepsilon}{2}+|a_{n_0+1}|$，令：

$M=\max\{|a_1|,|a_2|,\cdots,|a_{n_0+1}|,\frac{\varepsilon}{2}+|a_{n_0+1}|\}$，则$M>0$，且$|a_n|\le M$，$\forall n\in N^*$

即$\{a_n\}$是有界数列。依(II)，$\{a_n\}$必有收敛的子列$\{a_{n_k}\}$。

设$\lim\limits_{k\to\infty}a_{n_k}=a\in R$，下证$\{a_n\}$也以$a$为极限：

对上述的$\varepsilon>0$，由$\lim\limits_{k\to\infty}a_{n_k}=a$，$\exists k_0\in N^*$，取$k_0>n_0$，则$\exists n_{k_0}\in N^*$，且当$k>k_0$时，$n_k>n_{k_0}\ge k_0>n_0$，使$|a_{n_k}-a|<\frac{\varepsilon}{2}$恒成立，从而对$\forall n>n_k>n_{k_0}\ge k_0>n_0$，依Cauchy准则的充分性条件，又有$|a_n-a_{n_k}|<\frac{\varepsilon}{2}$，即当$n>n_k>n_{k_0}\ge k_0>n_0$时，有$|a_n-a|\le|a_n-a_{n_k}|+|a_{n_k}-a|<\frac{\varepsilon}{2}+\frac{\varepsilon}{2}=\varepsilon$。

从上述划红线的四部分可知：$\lim\limits_{n\to\infty}a_n=a$，即$\{a_n\}$收敛。证毕。

第5讲将介绍函数的极限：$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$，

其中 x_0 可以有6种不同形式：1° $x_0=+\infty$；2° $x_0=-\infty$；

3° $x_0=\infty$；4° x_0是常数；5° $x_0=a^+$，即x从a的右侧趋于a；

6° $x_0=a^-$，即x从a的左侧趋于a.

例如：$\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=\alpha_0\in R$，是指x从大于a的方向无限靠近a时，f(x)无限靠近常数α_0；$\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=\beta_0\in R$ 是指x从小于a的方向去趋近a时，f(x)有极限β_0.

而在 $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$ 中，A有4种不同形式：

1° $A\in R$，即A是常数；2° $A=+\infty$；3° $A=-\infty$；4° $A=\infty$.

根据排列组合的知识可知，$\lim\limits_{x\to x_0} f(x)=A$ 共有：$C_6^1\cdot C_4^1=24$种不同形式！

衷心祝愿同学们中秋佳节幸福快乐！

同时也祝三位助教中秋节快乐！

欢迎同学们指出我的讲义中的缺点与错误！